

Concours blanc de mathématiques n°2
IUFM d'Alsace
26 janvier 2010

Les calculatrices, ainsi que tous les outils usuels de géométrie, sont autorisés.

Exercice 1: (5 pts)

L'unité de longueur est le centimètre.

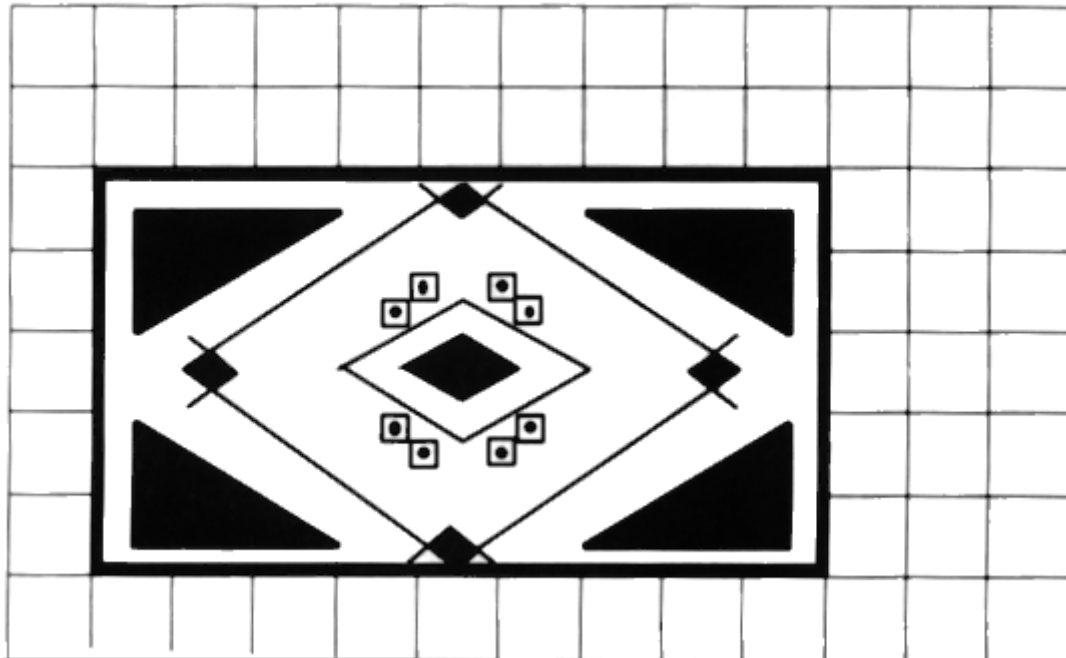
Dans un triangle ABC, on appelle H le pied de la hauteur issue de A. Le triangle ABH est isocèle. AH = 14 et BC = 16.

- 1) Écrire un programme de construction de cette figure que vous réaliserez.
Une parallèle à la droite (BC) coupe le segment [AB] en J, le segment [AC] en K et le segment [AH] en L.
- 2) Quelle est la nature du triangle AJL ? Justifier la réponse.
On pose: $AL = x$.
- 3) Démontrer que $JK = \frac{8}{7}x$.
- 4) Calculer l'aire du triangle AJK en fonction de x .
- 5) Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire du triangle AJK est égale au quart de celle du triangle ABC.

Question complémentaire (3 pts)

On a proposé à des élèves de CE2 de résoudre le problème suivant :

« On a posé un tapis sur le carrelage de la pièce. Calcule le nombre de carreaux recouverts par le tapis. »



- 1) Analyser les productions des quatre élèves (A,B,C et D) pour résoudre ce problème (documents en **annexe 1**). Présenter cette analyse sous forme d'un tableau (voir **annexe 2**).
- 2) Qu'est-ce que l'enseignant pourrait proposer à l'élève B pour qu'il corrige son erreur ?
- 3) Au cours du cycle III, dans quels domaines du programme peut-on trouver des problèmes semblables ?

Exercice 2: (3 pts)

On considère la table de multiplication ci-dessous dont on isole une figure en forme de croix. Soit C le terme central de cette croix et S la somme des quatre éléments grisés entourant l'élément central.

1) Calculez $\frac{S}{C}$.

2) Choisissez une autre croix dans cette table et calculez à nouveau le rapport $\frac{S}{C}$.

Qu'observez-vous ?

3) Pouvez-vous généraliser votre observation quelle que soit la croix choisie ? Prouvez votre réponse.

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	48	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Question complémentaire (5 pts)

En annexes, figurent les documents extraits de :

- "Le Nouveau Maths Elem", fichier de l'élève, Editeur Belin, fiches 58 et 59. **Annexe 3.**
- "Cap Maths", guide des activités, Editeur Hatier, p.152. **Annexe 4.**

1) Questions portant sur l'ensemble des documents.

- a) A quel niveau de classe ces documents peuvent-ils être utilisés?
- b) Rappelez au moins quatre propriétés de la multiplication définie dans l'ensemble des entiers naturels.
- c) Les approches de la multiplication telles qu'elles apparaissent dans les deux documents permettront-elles par la suite de rendre compte de ces propriétés? Si oui, comment?

2) Question portant sur les documents en annexe 3

Quelle est la tâche de l'élève sur l'ensemble de ces documents?

3) Questions portant sur les documents en annexe 4

- a) Quelles sont toutes les solutions du problème?
- b) Citez deux variables didactiques spécifiques de cette situation et leurs effets.

Exercice 3: (4 pts)

- 1) Indiquez deux méthodes permettant de dire si une fraction représente un nombre décimal.
- 2) Parmi les quatre fractions suivantes, quelles sont celles qui représentent un nombre décimal? Justifiez la réponse.

$$\frac{54}{1350}$$

$$\frac{5}{700}$$

$$\frac{17}{1024}$$

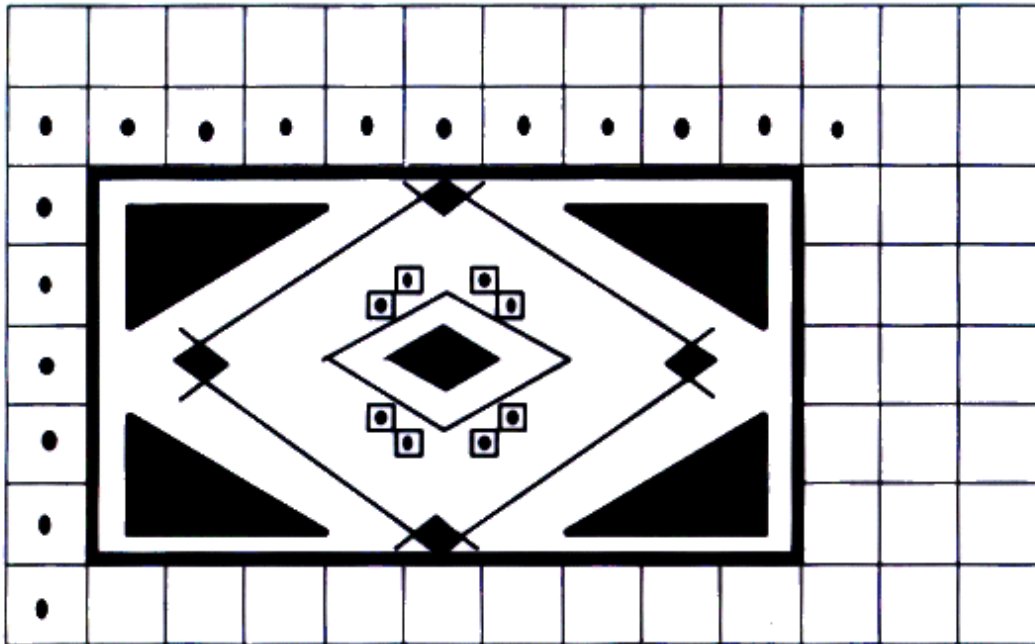
$$\frac{50}{1375}$$

- 3) Quels sont tous les nombres entiers naturels n pour lesquels la fraction $\frac{n}{1050}$ représente un nombre décimal ? Justifiez la réponse.
- 4) On donne $a = 0,\overline{123}$ (période “123” à trois chiffres). Donnez l’écriture fractionnaire irréductible de a .
- 5) Les nombres représentés par les fractions $\frac{342}{27777500}$ et $\frac{41}{3330000}$ sont-ils égaux ? Justifiez la réponse :
- a) En utilisant seulement les écritures fractionnaires.
- b) En utilisant les écritures décimales de ces nombres.

Annexe 1

* Élève A :

$11 \times 7 = 77$ // couvre 77 carreaux.



* Élève B :

$$9 + 5 + 9 + 5 = 28$$

$$(9 \times 2) + (5 \times 2) = 28$$

Il y a 28 carreaux recouverts par le tapis.

* Élève C :

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 45$$

$$5 \times 9 = 45$$

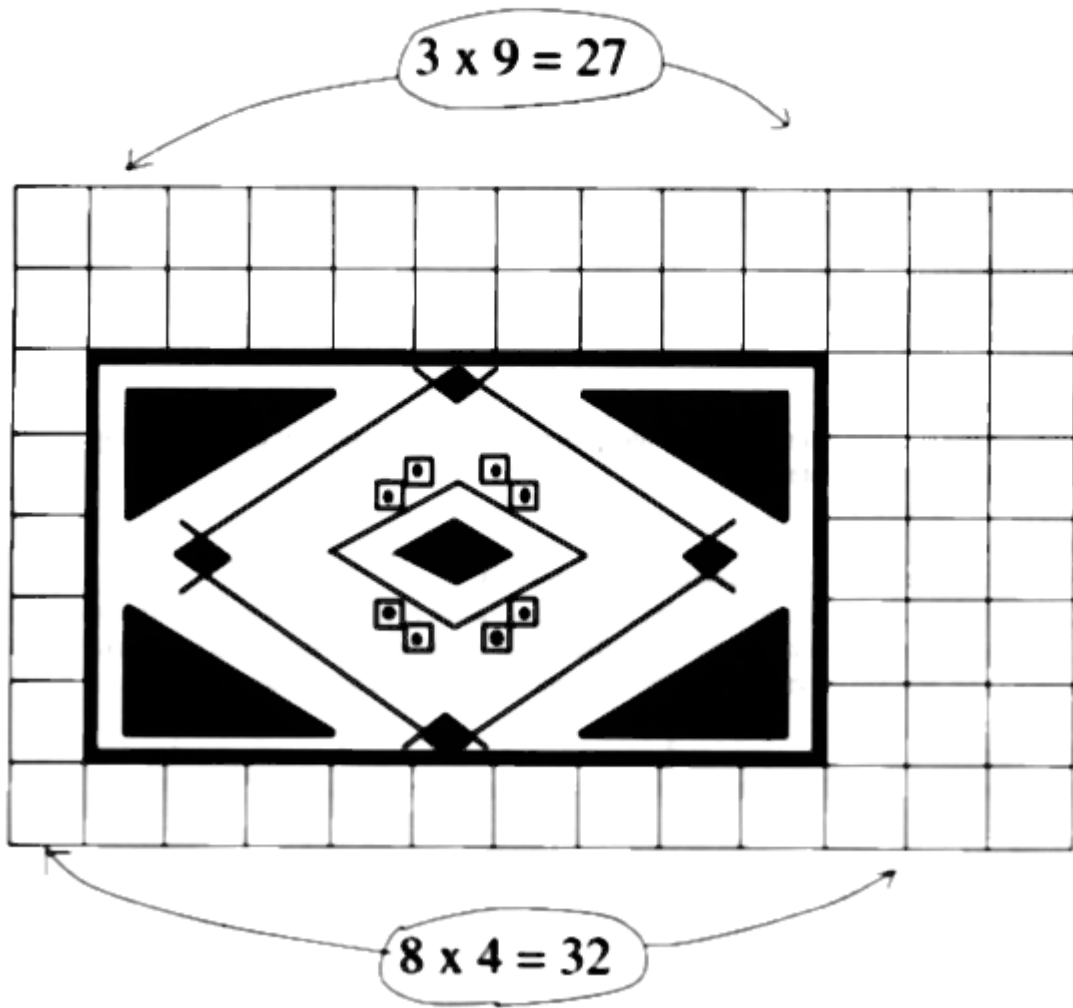
Il y a 45 carreaux recouverts.

Annexe 1 (suite)

• Élève D :
 $13 \times 8 = 104$
 $27 + 32 = 59$

$55 + 59 = 104$
Le tapis a recouvert 55 carreaux

$$\begin{array}{r} 55 \\ + 59 \\ \hline 104 \end{array}$$



Annexe 2

Tableau à utiliser pour répondre à la question complémentaire n°1 de l'exercice 1

Elèves	Procédures	Erreurs
A		
B		
C		
D		

Additions répétées

Annexe 3 (page 1/2)

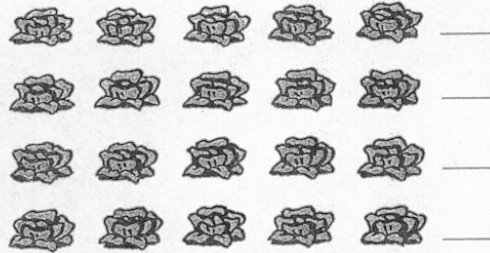
1 Le jardinier a planté des salades. _____

• **Écris** le nombre de salades dessinées dans chaque ligne ; puis le nombre de salades dessinées dans chaque colonne.

• **Calcule** le nombre total de salades de 2 façons différentes :

– par colonnes : $4 + 4 + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

– par lignes : $5 + 5 + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

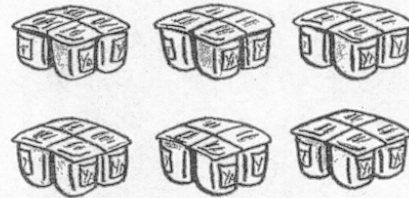


2 Dans le réfrigérateur, il y a 6 paquets de 4 yaourts. _____

Calcule le nombre total de yaourts.

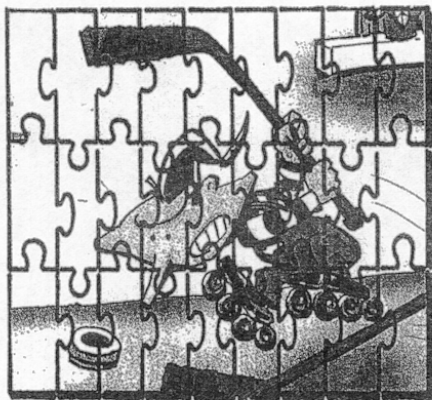
_____ = _____

Il y a _____ yaourts.



3 Combien de pièces ces deux puzzles ont-ils ? _____

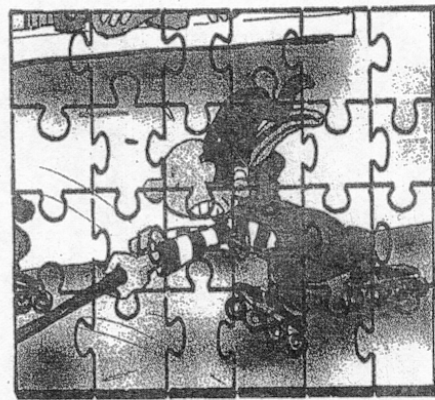
A



_____ = _____

Le puzzle A comporte _____ pièces.

B



_____ = _____

Le puzzle B comporte _____ pièces.

La multiplication

Annexe 3 (page 2/2)

Dans l'exercice 1 de la fiche 58, tu as calculé de deux façons différentes le nombre de salades.

Première façon

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$

4 est répété 5 fois

on écrit 4×5

Deuxième façon

$$5 + 5 + 5 + 5 = 20$$

5 est répété 4 fois

on écrit 5×4

On dit
«4 multiplié par 5».

$$4 \times 5 = 5 \times 4$$

On dit
«5 multiplié par 4».



1 Écris les additions répétées sous forme de multiplication.

$7 + 7 + 7 + 7 = 7 \times \underline{\quad}$

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

$2 + 2 + 2 + 2 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

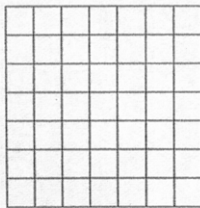
$6 + 6 + 6 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

$4 + 4 + 4 + 4 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

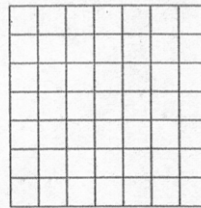
$10 + 10 + 10 + 10 + 10 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

2 Colorie le nombre de carreaux indiqué par la multiplication.

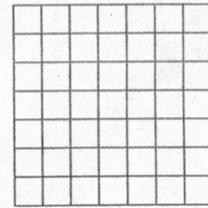
6×3



5×4



7×5

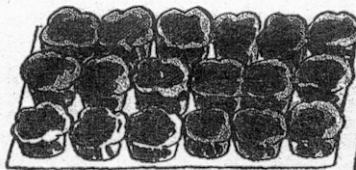


3 Écris les calculs et donne les résultats.



$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$\underline{\quad}$ éclairs au chocolat



$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$\underline{\quad}$ brioches



$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

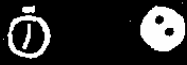
$\underline{\quad}$ tartes

Annexe 4

quinzaine 8

séance 2

activité 2 Chercher à résoudre un problème du domaine multiplicatif et utiliser l'écriture multiplicative, en relation avec l'usage du mot « fois » et de l'addition itérée.



matériel collectif :

- une centaine de cubes emboîtables

matériel par équipe :

- une grande feuille
- un feutre
- une calculette

Activité 2 Se familiariser avec l'écriture multiplicative (1)

Le problème proposé reprend une situation envisagée en quinzaine 7 (séance 3), dans le but d'introduire l'écriture multiplicative. Il s'agit de savoir combien on peut réaliser de tours identiques (de même hauteur) en utilisant une certaine quantité de cubes.

● Combien de tours identiques ?

Une boîte contenant 30 cubes emboîtables est posée sur le bureau. Le problème « des tours » est rappelé :

→ Alex et Lisa veulent, en utilisant tous ces cubes (il y en a 30, on l'écrit au tableau), construire des tours toutes pareilles. Attention : il faut utiliser tous les cubes. Ils doivent trouver le plus de façons possibles de le faire. Après avoir trouvé une solution, ils peuvent tout démolir pour trouver une autre solution !

Vous allez les aider et chercher par équipes de deux sur une grande feuille. Ensuite, nous mettrons ensemble toutes vos solutions et vous préciserez comment vous les avez trouvées.

On peut préciser, d'emblée, que les tours peuvent être posées « à plat » pour éviter les questions liées à l'écroulement si elles sont trop hautes.