

## Concours blanc de mathématique n° 3

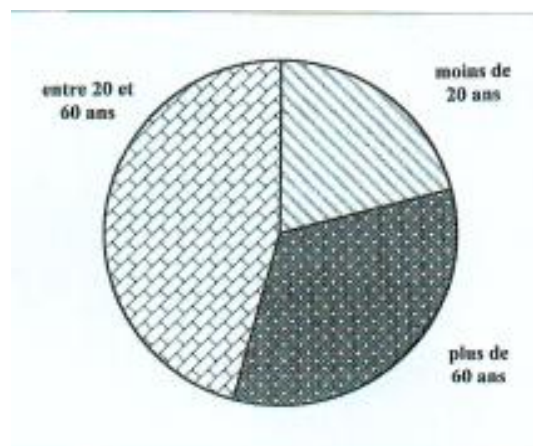
IUFM d'Alsace, 18 mars 2010

Les calculatrices ainsi que tous les outils usuels de géométrie sont autorisés

### Exercice 1 (5 points)

Le tableau ci-dessous donne la répartition de la population d'un pays par groupe d'âge.

Population en milliers d'habitants	
Moins de 20 ans	31 125
Entre 20 et 60 ans	68 475
Plus de 60 ans	49800



Le diagramme circulaire ci-contre « Camembert » représente les données du tableau.

1) Exprimer la part de chaque catégorie :

- sous forme de fractions irréductibles ;
- sous forme de pourcentages.

2) A la règle et au compas (*les traits de construction resteront apparents*), construire sur une feuille à part des secteurs angulaires de mesure :

- $60^\circ$
- $15^\circ$
- $45^\circ$

3) Réaliser sur la même feuille la construction du « Camembert » en utilisant uniquement règle et compas (*les traits de construction indiquant la démarche devront rester apparents*).

### Question complémentaire 1 (5 points)

Dans une classe de CM2, le maître veut introduire la notion de proportionnalité. Pour construire sa séance il consulte les deux manuels de l'élève en sa possession. Vous trouverez en annexe 1 une copie de la première page que chacun de ces manuels consacre à la proportionnalité.

#### Documents fournis en annexe 1 :

Document A : Extrait du livre de l'élève « A nous les maths! » CM2 – Sedrap

Document B : Extrait du livre de l'élève « Optimath » CM2 - Hachette Education

\*

\*\*

1. Présenter les réponses aux questions 2, 3 et 4 du document A, dans un seul tableau.

2. Le maître décide d'effectuer les modifications suivantes dans le document A :

**Panne sèche !**

... « Préparer le mélange de carburant : 18 litres d'essence de betterave modifiée pour 6 litres d'eau distillée.

- nous possédons 36 litres d'essence de betterave modifiée. Combien faut-il ajouter d'eau distillée ? »

[...]

**Pour aller plus loin**

3 - Utilise les résultats du problème afin de calculer la quantité d'essence nécessaire :

- pour 11 litres d'eau distillée ;
- pour 17 litres d'eau distillée ;
- pour 49 litres d'eau distillée.

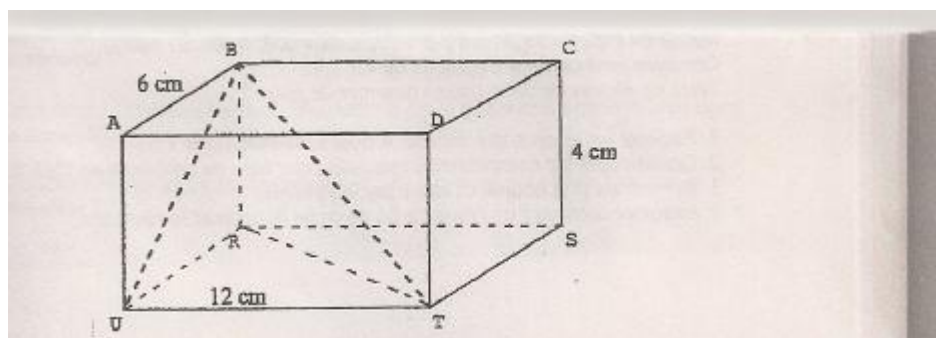
4 - Combien d'eau mettrais-tu pour :

- 9 litres d'essence de betterave modifiée ?
- 54 litres d'essence de betterave modifiée ? » ...

- a) Quels sont, selon vous, les objectifs du maître en effectuant ces modifications ?
  - b) Quelles sont les intentions des auteurs du manuel en proposant leurs données numériques ?
3. Analyser brièvement la progression proposée dans le document B. (exercices 1, 2 et 3)
4. Comparer les démarches proposées dans les documents A et B. Vous analyserez pour cela : les supports utilisés ; la tâche prescrite et notamment la part d'initiative laissée aux élèves. Vous présenterez votre analyse dans un tableau.
5. Citer quatre compétences requises pour effectuer le travail proposé dans le document A.

**Exercice 2 (2 points)**

On considère le pavé droit ABCDURST.



Sans calculer les longueurs BU, BT et RT, dessiner, en vraie grandeur, un patron de la pyramide BUTR. Indiquer les angles droits, les noms des points et laisser les traces de construction.

N.B. : La figure n'est pas à l'échelle.

### Question complémentaire 2 (3 points)

Analyse de travaux produits par cinq élèves d'une classe de CM2 en fin d'année scolaire. Les consignes données et les productions figurent en annexe 2.

1. Quelles compétences peuvent être évaluées grâce à cet exercice ?
2. Pour chaque élève :
  - préciser les compétences maîtrisées
  - analyser les erreurs commises

### Exercice 3 (5 points)

I - Une société de transports décide de mettre en service un train rapide entre les villes de Cherbourg et Caen distantes de 132 km.  
Sachant que sa vitesse moyenne est de 165 km/h, calculer en minutes la durée du trajet Cherbourg-Caen.

II - Le prix normal du billet est proportionnel au nombre de kilomètres parcourus : le prix pour un kilomètre est de 0,12 €

Cette société décide de proposer un tarif réduit aux 15-25 ans, selon deux possibilités :

- tarif A : réduction de 25 % sur tous les trajets ;
- tarif B : achat d'une carte « 15-25 » au prix de 30 €, valable un an, permettant d'obtenir une réduction de 50 % sur tous les trajets.

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessous en n'explicitant que les calculs effectués pour 500 km

	Avec le tarif A	Avec le tarif B
Dépense annuelle pour 500 km		
Dépense annuelle pour 1500 km		

2) Soit  $t_1$  la dépense annuelle en euros pour  $x$  km avec le tarif A et  $t_2$  la dépense annuelle pour  $x$  km avec le tarif B.  
Exprimer  $t_1$  et  $t_2$  en fonction de  $x$ .

3) a) Résoudre l'inéquation  $0,06x + 30 < 0,09x$ .

b) A partir de quel kilométrage annuel l'achat de la carte « 15-25 » est-il avantageux ?

4) Le plan est muni d'un repère orthogonal. On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour représenter 200 km et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 10€.

a) Tracer la droite  $d_1$  d'équation  $y = 0,09x$  et la droite  $d_2$  d'équation  $y = 0,06x + 30$ .

b) Retrouver graphiquement le résultat de la question 3b).

DOCUMENT A

CE QUE JE VAIS  
APPRENDRE...

- Résoudre un problème de proportionnalité
- Trouver un coefficient de proportionnalité
- Manipuler un tableau de proportionnalité
- Repérer les grandeurs proportionnelles

POUR RÉPONDRE  
AUX QUESTIONS

Tu peux utiliser ta calculatrice.  
On peut décomposer :  
 $45 = 20 + 20 + 5$   
et  
 $5 = 20 \div 4$   
ou chercher par quelle multiplication on passe de 20 à 45.  
Une situation de proportionnalité correspond à une multiplication ou une division.

# Proportionnalité

## Panne sèche !

L'historoscope ralentit soudain, tremble, vibre, hoquette, puis se matérialise dans un grand nuage de poussière.

« Que se passe-t-il, Oncle Eustache ? Nous avons atterri au milieu d'un champ de bataille.

- Panne sèche, les enfants ! Nous sommes en 1214, en pleine bataille de Bouvines.

- Ils frappent contre la porte de l'historoscope ! Ils peuvent nous voir !

L'oncle Eustache se jette contre la porte pour bloquer la poignée.

- Vite, les enfants ! Préparez le mélange de carburant : 20 litres d'essence de betterave modifiée pour 12 litres d'eau distillée.

- Il reste 45 litres d'essence de betterave dans le réservoir. Combien faut-il ajouter d'eau ?

- Débrouillez-vous ! Je ne suis pas en position de réfléchir. Mais faites vite ! Je ne tiendrai pas longtemps ! » ■



**AU CŒUR DE LA NOUVELLE**

- 1** Rédige en quelques phrases la "recette" du carburant et la question du problème.
- 2** Calcule combien les enfants devront ajouter d'eau distillée.

**POUR ALLER PLUS LOIN**

- 3** Utilise les résultats du problème afin de calculer la quantité d'eau nécessaire :
  - pour 30 litres d'essence ;
  - pour 35 litres d'essence ;
  - pour 50 litres d'essence.
- 4** Combien d'essence mettrais-tu pour 9 litres d'eau ? 15 litres d'eau ? 48 litres d'eau ?
- 5** Présente les résultats sous forme de tableau.
- 6** Présente les résultats sous forme de graphique.



Revoir

## Reconnaître et traiter une situation de proportionnalité

### 1 Des tableaux de multiples

a) Reproduis et complète les tableaux suivants :

$\times 25$	2	3	5	?
	100	250	?	?

?	?	7	11	30
	9	?	180	?

?	11	?	0	?
	?	5	8	11

b) Trouve les opérateurs lorsque c'est possible :

0	0
10	80
35	280
14	112

0	0
6	1
90	15
405	27

7	0
46	9
5,3	12,4
108	27

2,5	7,5
66	198
71,4	214,2
100	300

1	19
5	95
11	219
20	380

On reconnaît un tableau de proportionnalité au fait qu'on trouve un opérateur "multiplier par..." ou "diviser par..." pour ce tableau. On dit aussi que les nombres d'une liste du tableau sont "proportionnels" à ceux de l'autre liste.

## 2 Un autre moyen de reconnaître un tableau de proportionnalité

En t'aidant des exemples, reproduis et complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous :

2	4	8	240
3	6		

Annotations:  $\times 2$ ,  $\times 2$ ,  $\times 3$ ,  $\times 7$  (from 2 to 4, 4 to 8, 8 to 240);  $\times 2$ ,  $\times 2$ ,  $\times 3$ ,  $\times 7$  (from 3 to 6, 6 to next cell, next cell to next cell, next cell to 240)

700		3,5
200		

Annotations:  $:10$ ,  $:10$ ,  $:?$  (from 700 to next cell, next cell to 3,5);  $:10$ ,  $:10$ ,  $:?$  (from 200 to next cell, next cell to next cell, next cell to 3,5)

5	7,5			
2	3	5	8	10

Annotations:  $+$  (from 5 to 7,5, 7,5 to next cell, next cell to next cell, next cell to next cell);  $+$  (from 2 to 3, 3 to 5, 5 to 8, 8 to 10)

Quelquefois, il est difficile de trouver l'opérateur. On essaie alors de vérifier la proportionnalité par addition, soustraction, multiplication et division dans les deux listes de nombres.

## 3 Eh bien ! trie maintenant...

Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Utilise les méthodes ci-dessus !

a) 

0	20	100	2000
0	1	5	10

b) 

2	4	6	10
4,5	9	13,5	22,5

c) 

0	1	2	3
0	11	22	44

d) 

16,5	33	7,6
49,5	99	22,8

## 4 VRAI ou FAUX ?

Dans ces deux situations, il y a proportionnalité entre « nombre de... » et « prix de... ».

a) Offre spéciale ! 20 euros la chemise,  
50 euros les trois chemises,  
80 euros le lot de cinq !

b) Spectacle écrit et interprété par les élèves  
de l'école. Venez nombreux !  
Entrée (tarif unique) : 4 euros

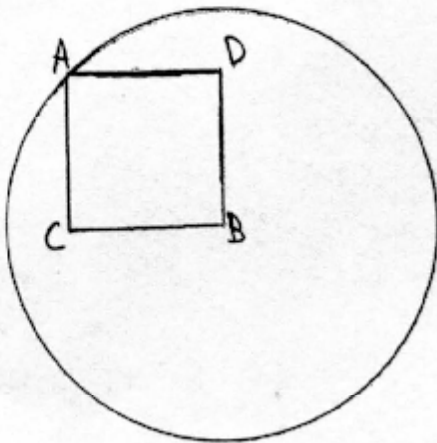
ANNEXE 2

Consignes :

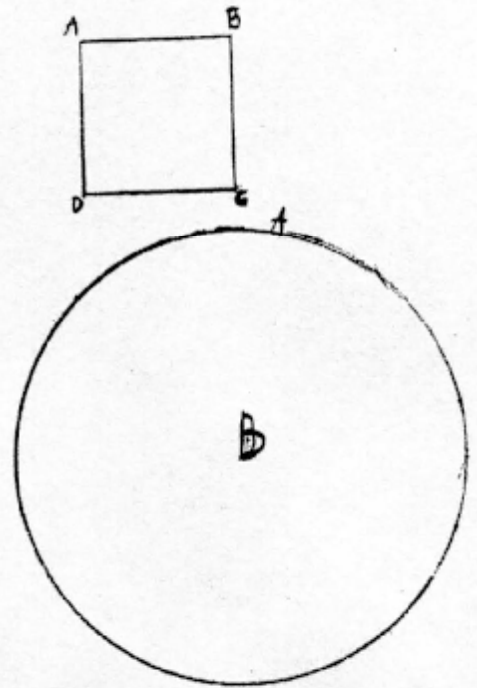
Trace le carré ABCD de côté 2 cm.

Trace le cercle de centre B passant par A.

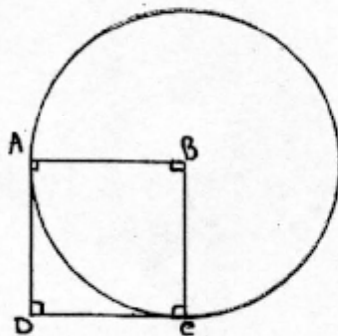
Thomas



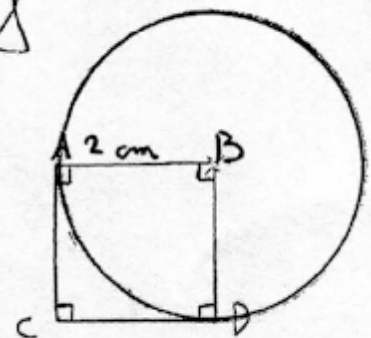
Maxime



Lucie



Nils



Joan

